Vollständige Funktionsuntersuchung

Name:

1. Untersuche die Funktion auf Symmetrie.

- Punktsymmetrie, z. b. bei ganzrationalen Funktionen, wenn nur ungerade Exponenten vorhanden sind.
- Achsensymmetrie: Ganzrationale Funktionen mit nur geraden Exponenten sind achsensymmetrisch.
- Keine der beiden obigen Symmetrieformen liegt vor, dann ist die Funktion evtl. asymmetrisch oder zu einem anderen Punkt als dem Nullpunkt oder einer anderen Achse als der y-Achse symmetrisch.

2. Randverhalten oder Globalverlauf

Wie verhält sich die Funktion für x gegen unendlich? Gibt es beliebig große oder kleine Funktionswerte? Streben die Funktionswerte gegen unendlich oder gegen einen Grenzwert? Überlege dazu bei ganzrationalen Funktionen, was der Summand mit dem höchsten Exponenten für x gegen unendlich macht.

Und was ist für x gegen "minus unendlich"?

Eine vorhandene Symmetrie erleichtert die Überlegungen etwas.

3. Nullstellen

Bestimme alle vorhandenen Nullstellen mit einem oder mehreren geeigneten Verfahren. Es gibt maximal soviele Nullstellen, wie der Grad der Funktion ist. Vergiss nicht, die Nullstellen in der Form N(.../0) anzugeben.

Eine vorhandene Symmetrie erleichtert diesen Unterpunkt.

4. Ableitungen

Bilde die ersten drei Ableitungen der Funktion zur weiteren Verwendung.

5. Extremstellen und Monotonie

Setze die erste Ableitung gleich Null. Die gefundenen Nullstellen sind die Kandidaten.

Überprüfe mit der zweiten Ableitung, ob es sich bei den gefundenen Kandidaten um einen Hochpunkt (f '(x)<0), oder einen Tiefpunkt (f '(x)>0) oder einen Wendepunkt (f '(x)=0 und f ''(x) ungleich Null) handelt.

Berechne den jeweiligen y-Wert des Extrempunktes mit der Funktions-gleichung f(x).

Beschreibe das Monotonieverhalten für x-Werte von minus unendlich bis plus unendlich. Wo steigt die Funktion, wo fällt sie?

6. Wendepunkte und Krümmungsverhalten

Setze die zweite Ableitung gleich Null. Alle Nullstellen sind mögliche Kandidaten für einen Wendepunkt.

Setze die gefundenen Kandidaten in die dritte Ableitung ein. Wenn der Wert der dritten Ableitung dann ungleich Null ist, handelt es sich um einen Wendepunkt.

Berechne die vollständigen Koordinaten des Wendepunktes durch Einsetzen des x-Wertes in die Funktionsgleichung f(x).

Beschreibe das Krümmungsverhalten der Funktion für x von minus unendlich bis unendlich. Wo liegt eine Rechtskurve, wo eine Linkskurve vor?

7. Graph

Trage alle bereits berechneten Punkte (Nulllstellen, Extrempunkte, Wendepunkte) in ein Koordinatensystem ein. Beachte die Überlegungen zum Randverhalten.

Berechne, falls nötig noch weitere Funktionswerte und trage sie ein.

Zeichne den Graphen.

Eigene Notizen: